0.5

Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Mathématiques et Informatique

Second Semestre 2008/2009
SMA2/SMI2
Mathématiques 2 - Algèbre 2

Feuille d'exercices n°3

DÉTERMINANTS

Exercice 1. Calculer les déterminants :

$$= -3 + 4 = 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 9 \end{vmatrix}, \quad \overbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & a+c & a+b \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}}^{=(a-b)(a-c)(b-c)}, \quad \begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$a \neq b \quad b \neq c \quad c \neq a$

Exercice 2. Soit la matrice $A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha-2 & 2 & -1 \\ 2 & \alpha & 2 \\ 2\alpha & 2(\alpha+1) & \alpha+1 \end{pmatrix}$, avec $\alpha \in \mathbb{C}$.

$\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)$ ⇐ 1. Calculer $\det(A)$.

2. Pour quelles valeurs de α, la matrice A_α est-elle inversible ? Dans ce cas, calculer A_α^{-1}.
3. Déterminer, suivant les valeurs de α, le rang de A_α.

Exercice 3. Montrer (sans les développer) que les déterminants suivants sont nuls :

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & j & j^2 \\ j & j^2 & 1 \\ j^2 & 1 & j \end{vmatrix}.$$

Exercice 4. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

1. Calculer $\det(A)$.
2. Déterminer le rang de A suivant les valeurs du paramètre a.
3. Calculer A^{-1} lorsque A est inversible.

Exercice 5. Quel est le rang des matrices :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & 5 & -8 & 3 \\ 6 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

rang = 3 ✓ rang = 2 ✓

ETUSUP .com

Exercice 6. Soit le déterminant d'ordre n suivant :

$$D_n = \begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x & 1+x^2 & x & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+x^2 & x \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & 1+x^2 \end{vmatrix}.$$

1. Calculer D_1, D_2 et D_3.
2. Trouver une relation de récurrence entre D_n, D_{n-1}, D_{n-2}.
3. En déduire une relation de récurrence pour la suite $\Delta_n = D_n - D_{n-1}$.
4. Calculer alors D_n. $D_n =$ [illegible]

Exercice 7. Résoudre le système linéaire $\begin{cases} (\alpha-2)x & +2y & -z & = -3 \\ 2x & +\alpha y & +2z & = 2 \\ 2\alpha x & +2(\alpha+1)y & +(\alpha+1)z & = -1 \end{cases}$

(Utiliser l'exercice 2).

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..